Politechnika Wrocławska

RYSUNEK TECHNICZNY i GEOMETRIA WYKREŚLNA

ćw. 2

Koordynator przedmiotu:
dr inż. Aleksandra Sambor
Katedra Wodociągów i Kanalizacji

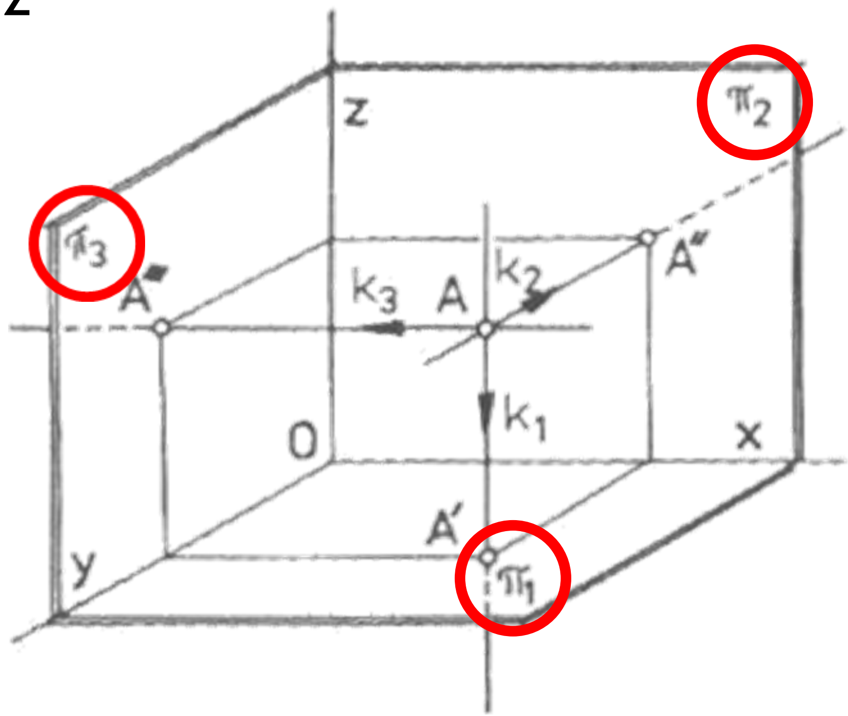
Rzut równoległy prostokątny wg metody Monge'a

Przyjmujemy:

x i y rzutnia pozioma π_1

x i z rzutnia pionowa π_2

y i z rzutnia boczna π_3



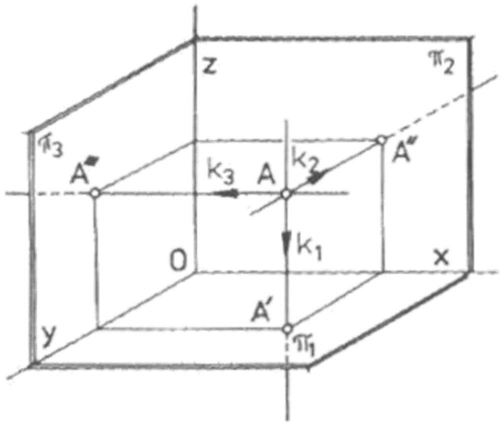
Rzut równoległy prostokątny wg metody Monge'a

Promienie rzutujące tworzą wiązki równoległe, które przechodzą przez punkty A, B, C … przestrzeni i przebijają kolejno rzutnie π_1, π_2, π_3

π_1 – kierunek rzutowania k_1 || do osi z (′)

π_2 – kierunek rzutowania k_2 || do osi y (″)

π_3 – kierunek rzutowania k_3 || do osi x (‴)



Rzut równoległy prostokątny wg metody Monge'a cd.

Każda para płaszczyzn spośród π_1, π_2, π_3 przecina się pod kątem prostym wzdłuż osi, zwanych **osiami rzutów:**

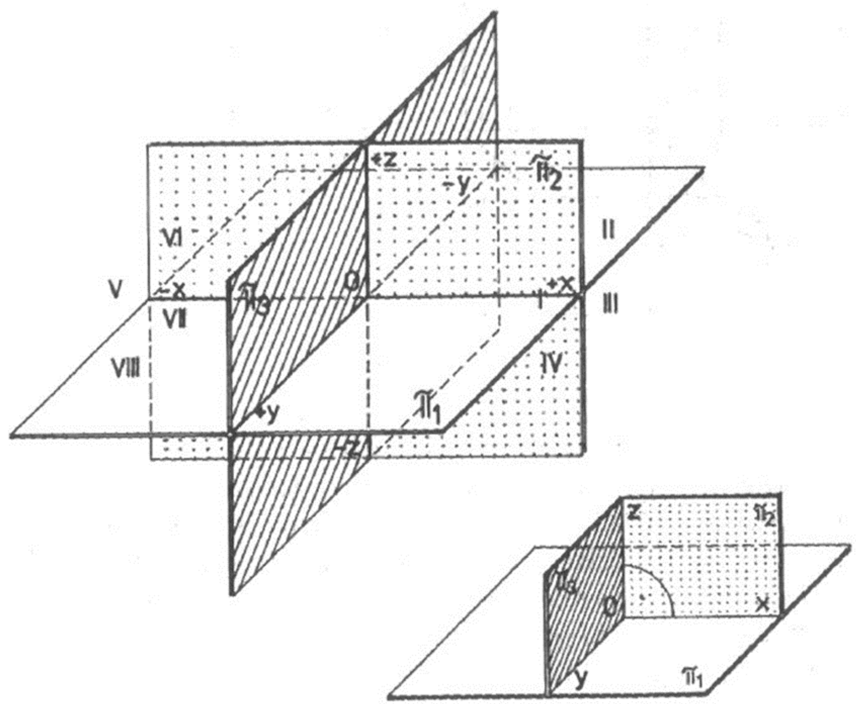
$\pi_1 \cap \pi_2 \rightarrow x$

$\pi_1 \cap \pi_3 \rightarrow y$

$\pi_2 \cap \pi_3 \rightarrow z$

Rzut równoległy prostokątny wg metody Monge'a cd.

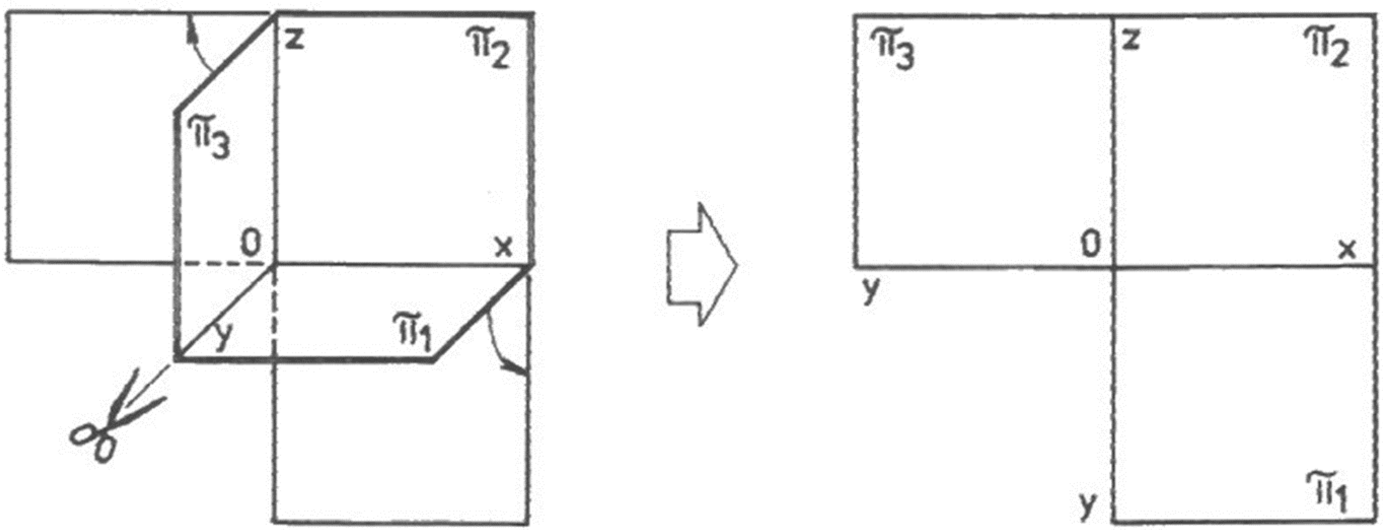
- Płaszczyzny π_1, π_2, π_3 dzielą przestrzeń na osiem obszarów



- Obieramy układ odniesienia nr „I"

Rzut równoległy prostokątny wg metody Monge'a cd.

Metoda Monge'a polega na rzutowaniu elementów przestrzeni na trzy rzutnie wzajemnie prostopadłe, przyjmując **prostopadły kierunek rzutowania**



Rzut równoległy prostokątny wg metody Monge'a cd.

Płaszczyzną rysunku w wyniku zjednoczenia rzutni jest płaszczyzna $\boldsymbol{\pi}_2$

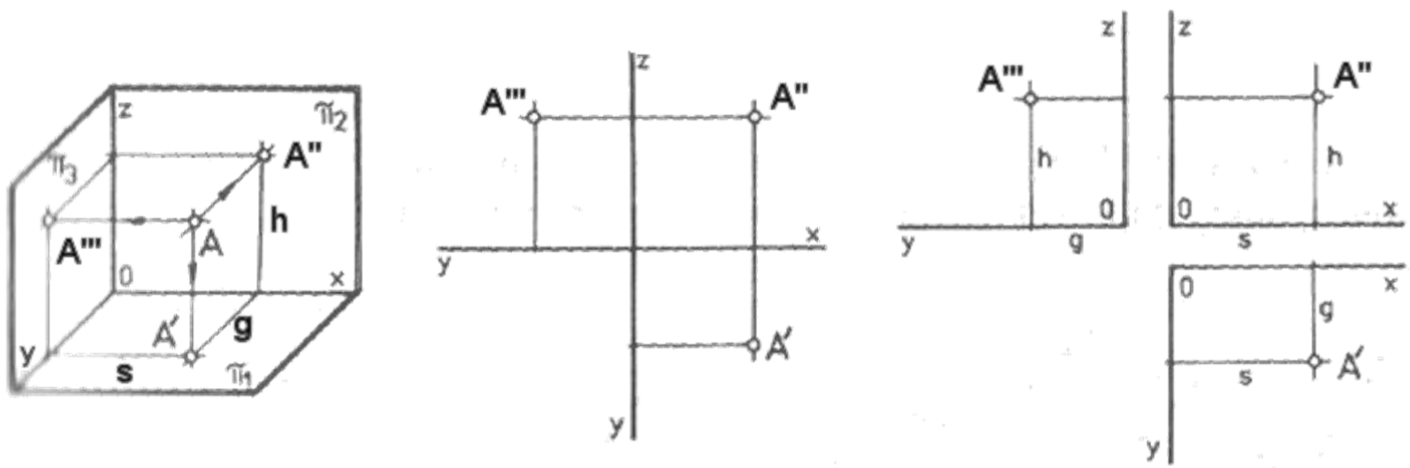
Obraz punktu w rzutach Monge’a

Prowadząc promienie rzutujące:

AA’ = h wysokość pkt. A w stosunku do π_1

AA” = g głębokość pkt. A w stosunku do π_2

AA”’ = s szerokość pkt. A w stosunku do π_3

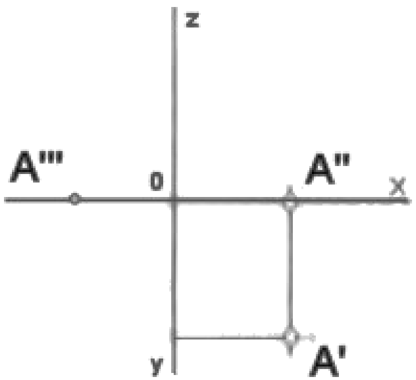


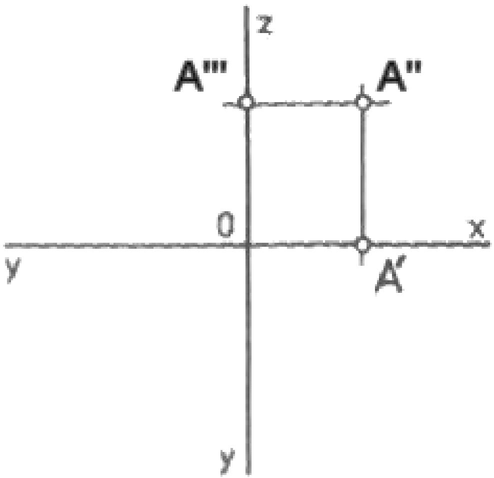
Obraz punktu w rzutach Monge'a

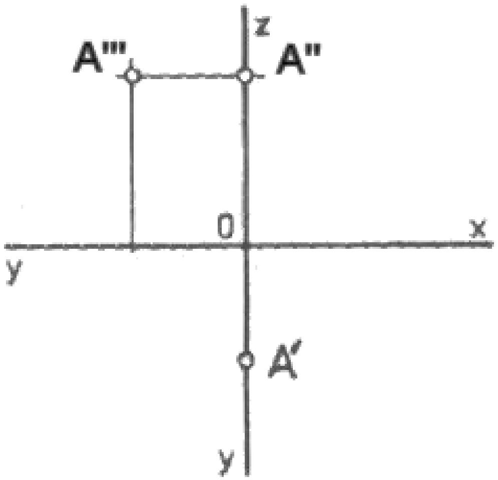
- Liczbę wymiarową wysokości (h) uważamy za dodatnią gdy punkt położony jest **nad rzutnią poziomą**
- Liczbę wymiarową głębokości (g) uważamy za dodatnią, gdy punkt znajduję się **przed rzutnią pionową**

Politechnika Wrocławska

Szczególne położenia punktu







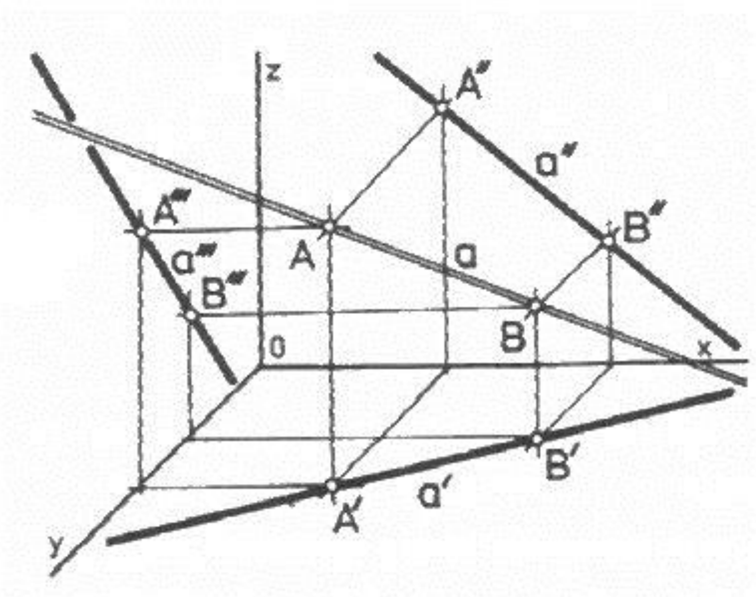
wysokość h = 0
Punkt A leży na π_1

głębokość g = 0
Punkt A leży na π_2

szerokość s = 0
Punkt A leży na π_3

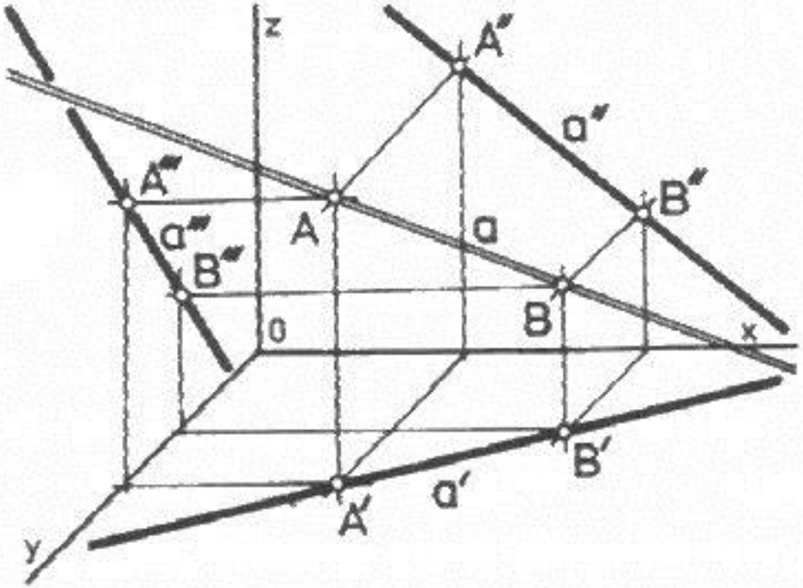
Obraz prostej w rzutach Monge'a

- Obieramy w przestrzeni dwa punkty A i B jednoznacznie ustalające prostą ***a***.
- Rzuty tych punktów wyznaczają więc rzuty prostej ***a***

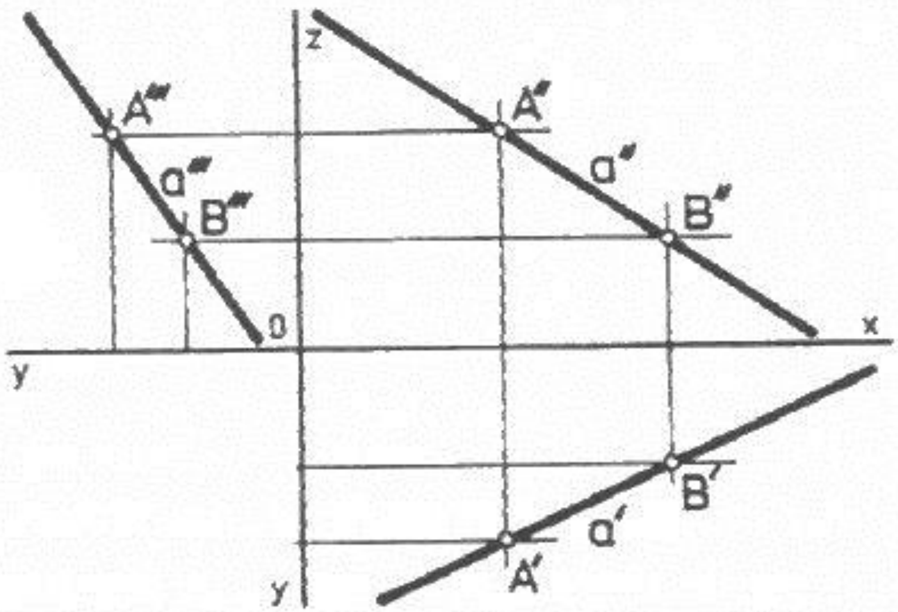


Obraz prostej w rzutach Monge'a

- Prosta ***a*** w położeniu dowolnym



Aksonometria
(dimetria)



Rzutowanie równoległe prostopadłe (**Metoda Monge'a**)

Płaszczyzna w rzutach Monge’a

- Płaszczyznę w przestrzeni ustalają elementy podstawowe:
  - 3 punkty nie leżące na jednej prostej (A, B, C)
  - prosta i punkt nie leżący na tej prostej (a, A)
  - dwie proste przecinające się (a, b)
  - dwie proste równoległe (a, b)

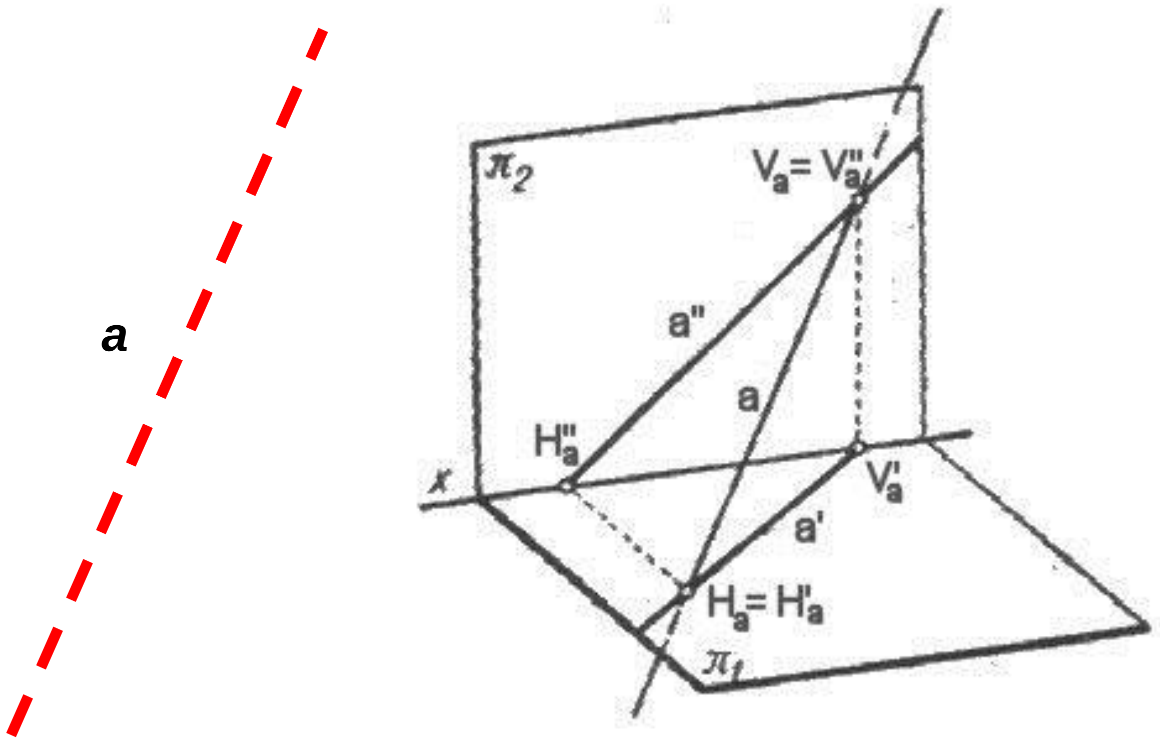
Ślady prostych i płaszczyzn

- W rzutach Monge'a ze względu na klarowność przekazu informacji proste i płaszczyzny przedstawiamy w postaci **śladów**.

- **Ślady** to punkty przebicia rzutni (przez prostą bądź płaszczyznę)

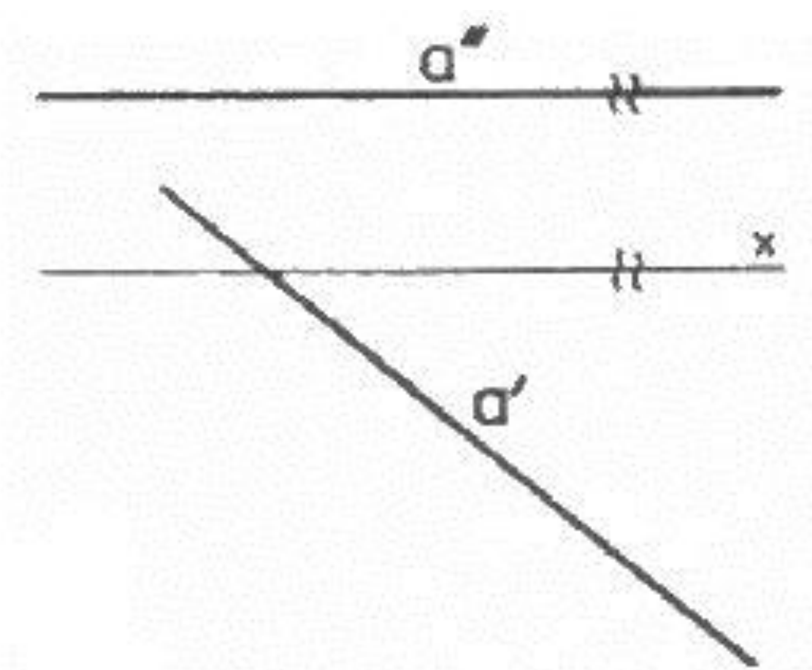
Ślady prostej

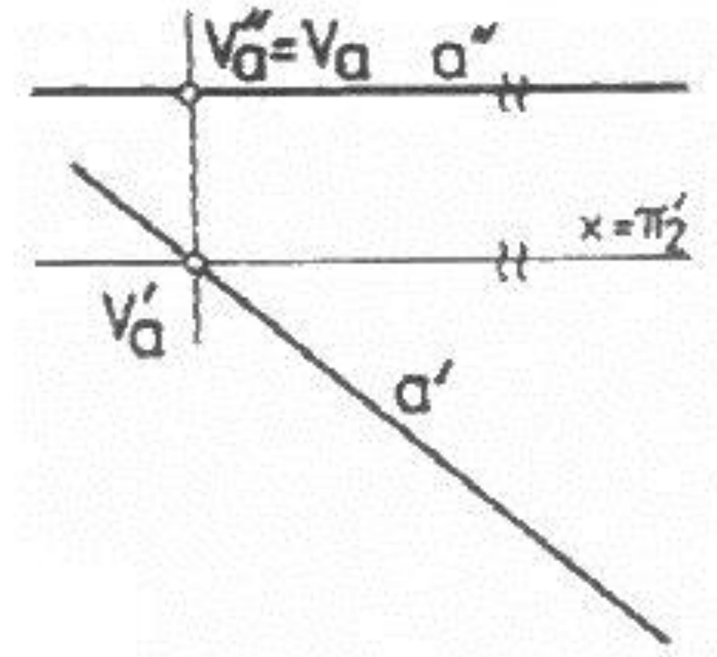
- ślad poziomy prostej (a’) – **punkt** przebicia $\pi_1 = H_a$
- ślad pionowy prostej (a”) – **punkt** przebicia $\pi_2 = V_a$
- ślad boczny prostej (a”’) – **punkt** przebicia $\pi_2 = K_a$



Konstrukcja śladów prostej w położeniu szczególnym

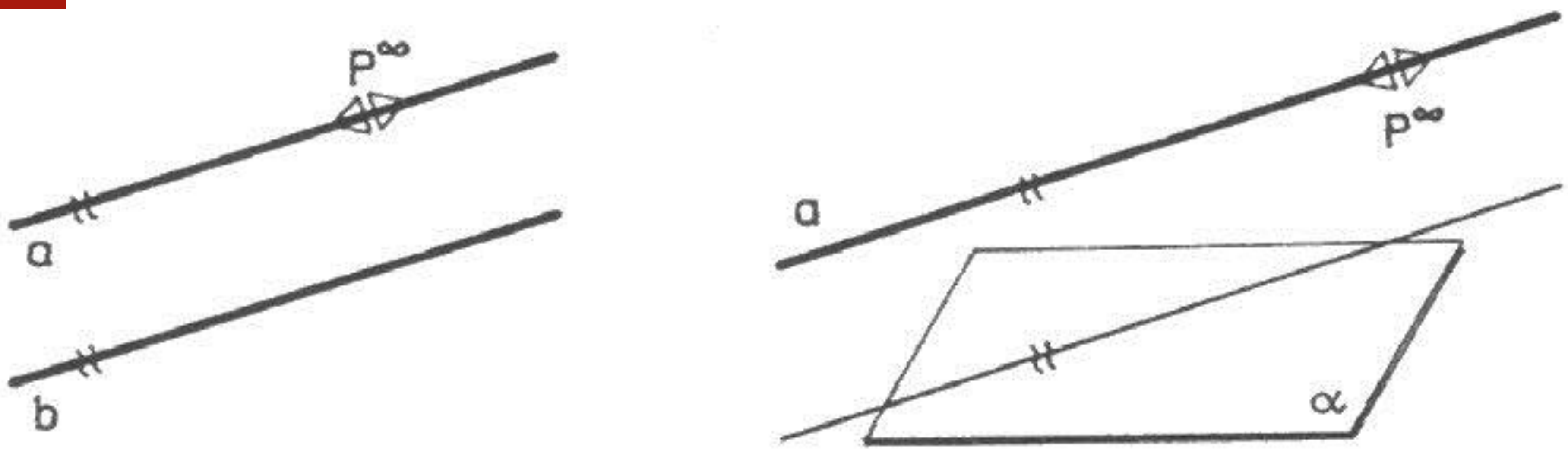
- prosta ***a'*** przecina oś **x** jako rzut poziomy π_2 w punkcie V_a' (rzut poziomy śladu pionowego)





Elementy niewłaściwe

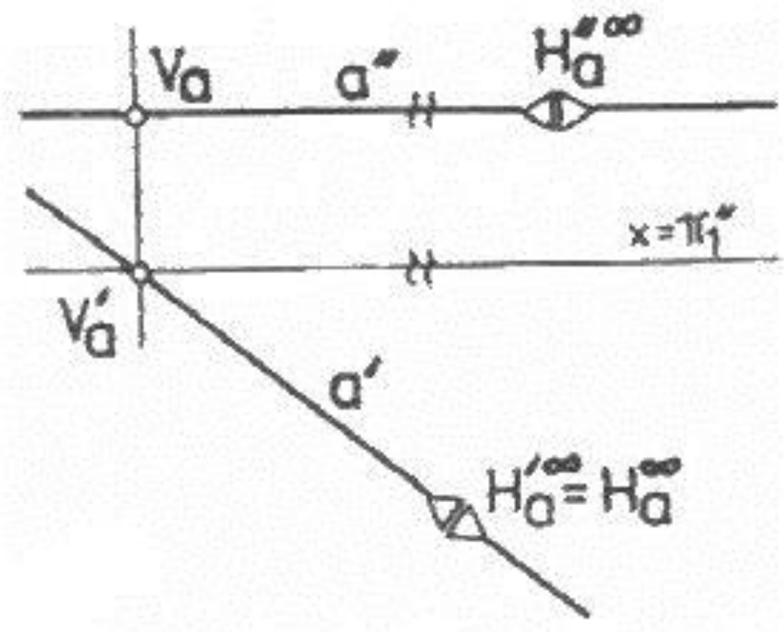
- Przypadki, gdy:
  - proste są równoległe
  - płaszczyzny są równoległe
  - prosta i płaszczyzna są równoległe

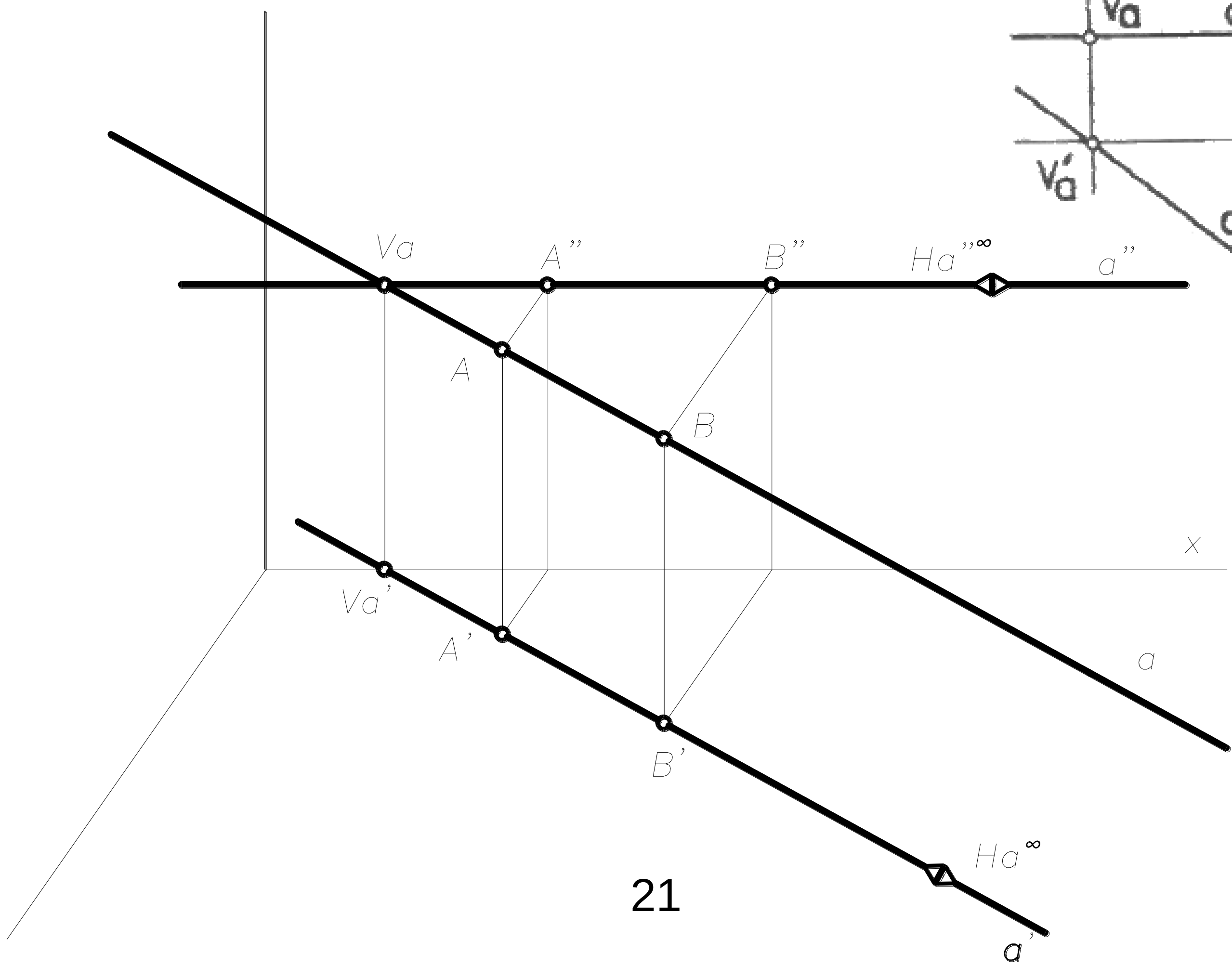


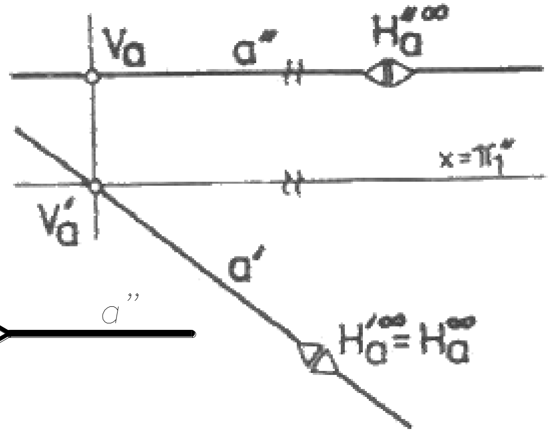
Elementy niewłaściwe cd.

- Mówimy wówczas o elementach niewłaściwych – nieuwzględnionych przez geometrię euklidesową, a wprowadzonych przez **geometrię rzutową**.
- Elementy niewłaściwe wprowadzone zostały na potrzeby geometrii wykreślnej aby umożliwić zachowanie schematów rozwiązywania zadań przestrzennych
- Zakładamy, że elementy wzajemnie równoległe są „prawie równoległe" tzn. że przecinają się w punkcie znajdującym się nieskończenie daleko

- prosta **a”** przecina oś **x** jako rzut pionowy rzutni π_1 w punkcie niewłaściwym $H_a”^\infty$
- Punkt $H_a”^\infty$ leży „nieskończenie daleko” na kierunku prostej ***a”***, przetnie rzut poziomy prostej ***a*** (***a’***) w punkcie „nieskończenie dalekim” $H_a’^\infty = H_a^\infty$

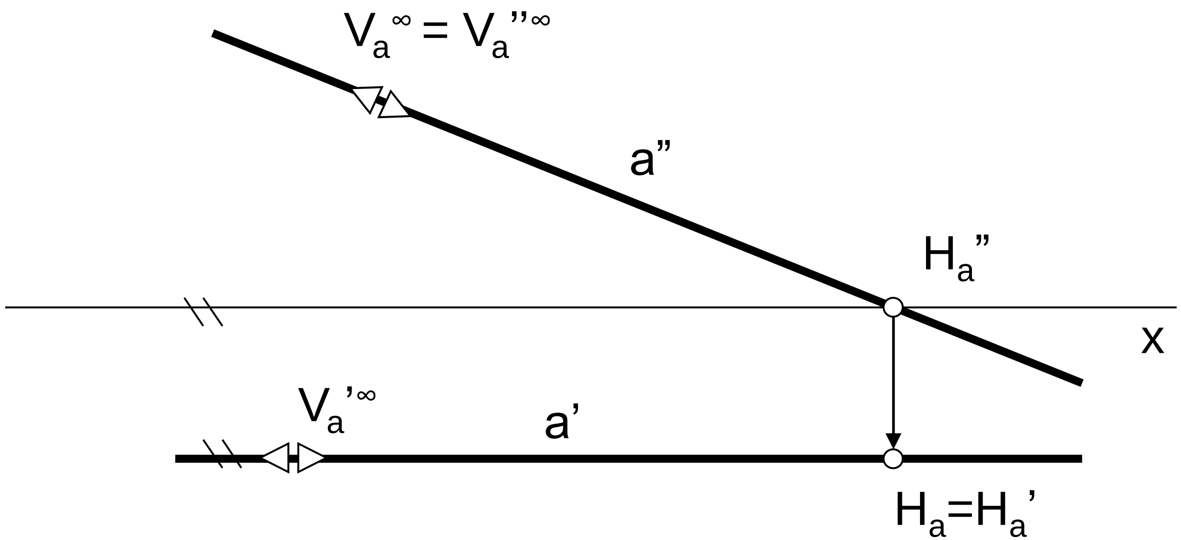



Va
A''
B''
Ha''∞
a''
A
B
x
Va'
A'
a
B'
Ha'∞
a'

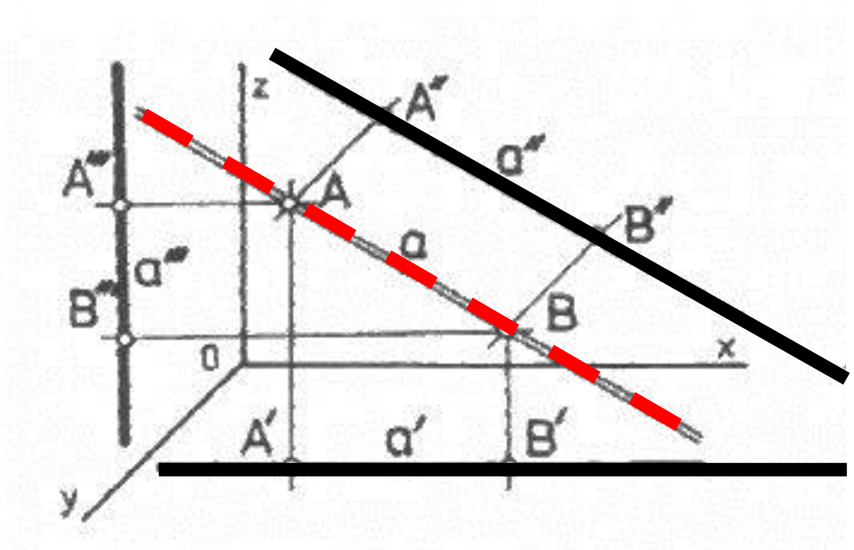

Va
a''
Ha''∞
x = π₁''
Va'
a'
Ha'∞ = Ha∞

Przykład

- H_a, V_a = ?

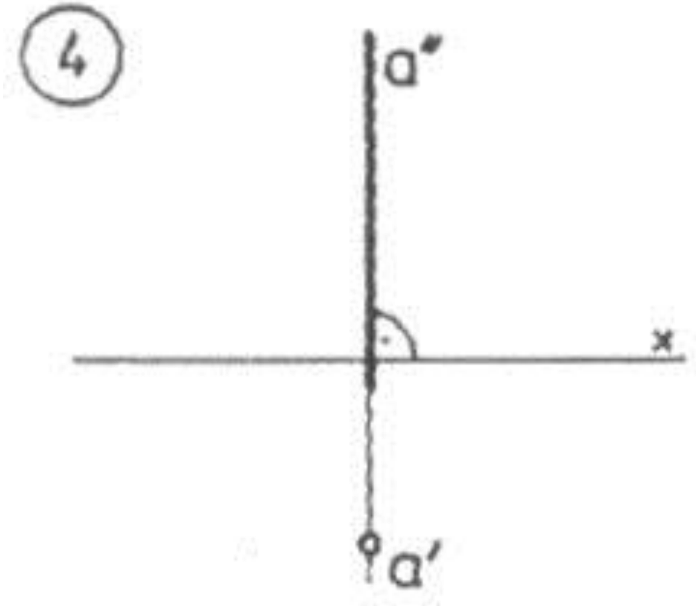


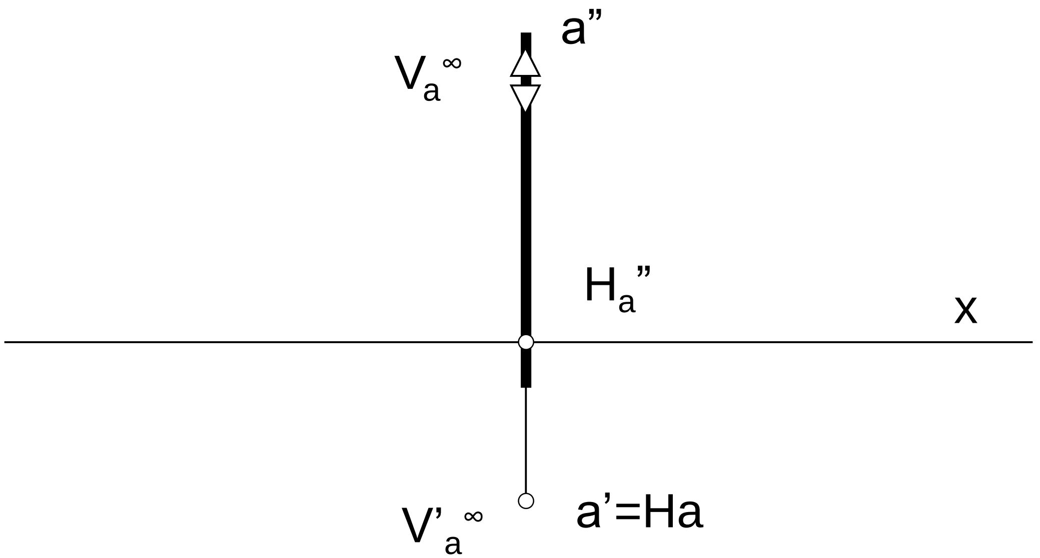
Przykład – widok w aksonometrii



Przykład

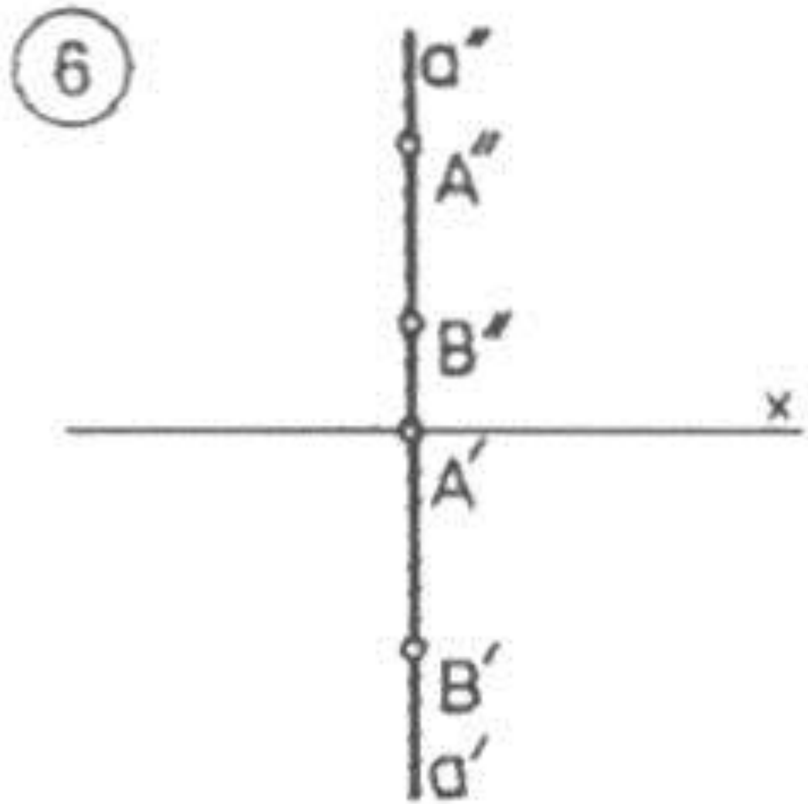
- H_a, V_a = ?

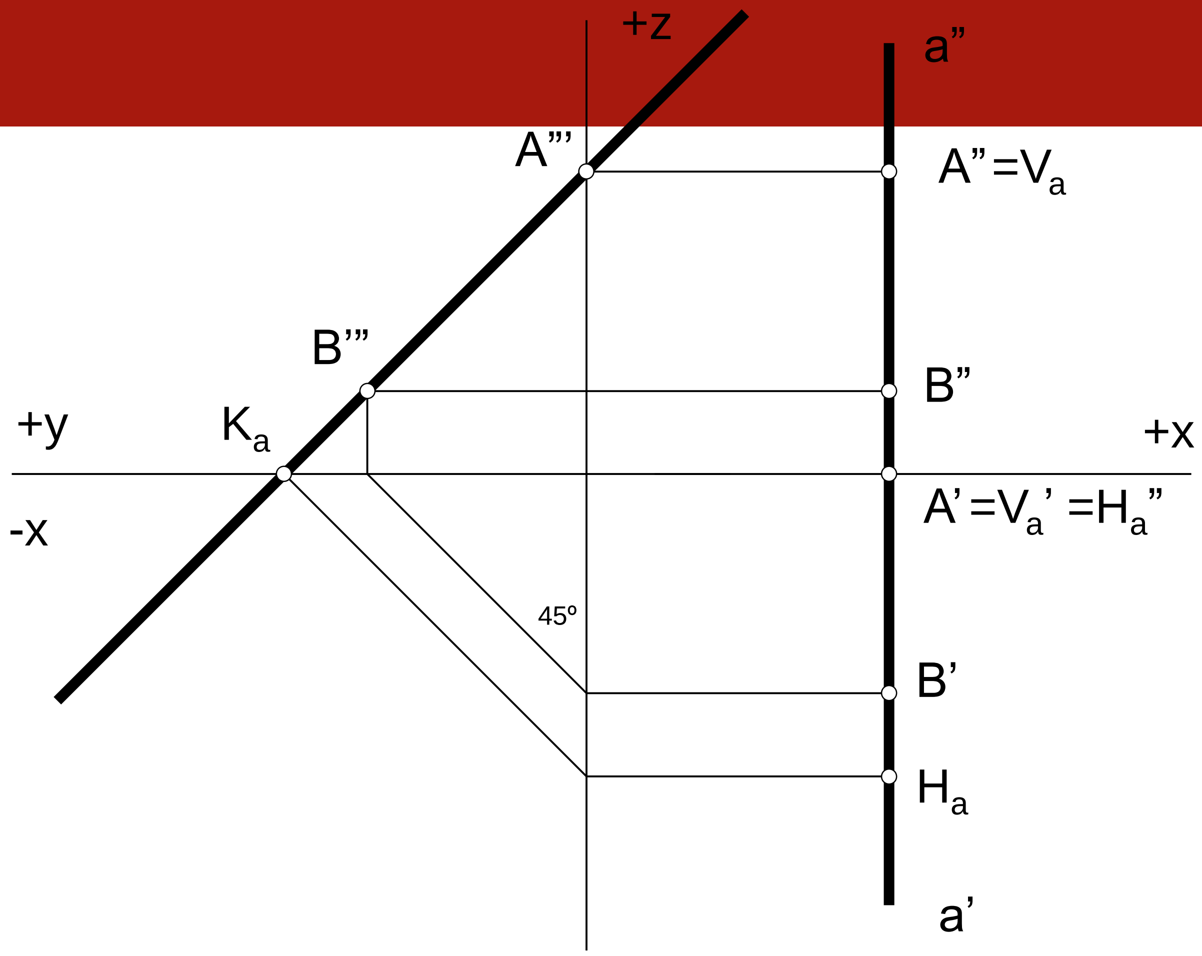



a”
V_a^∞
H_a”
x
$V'_a{}^\infty$
a’=Ha

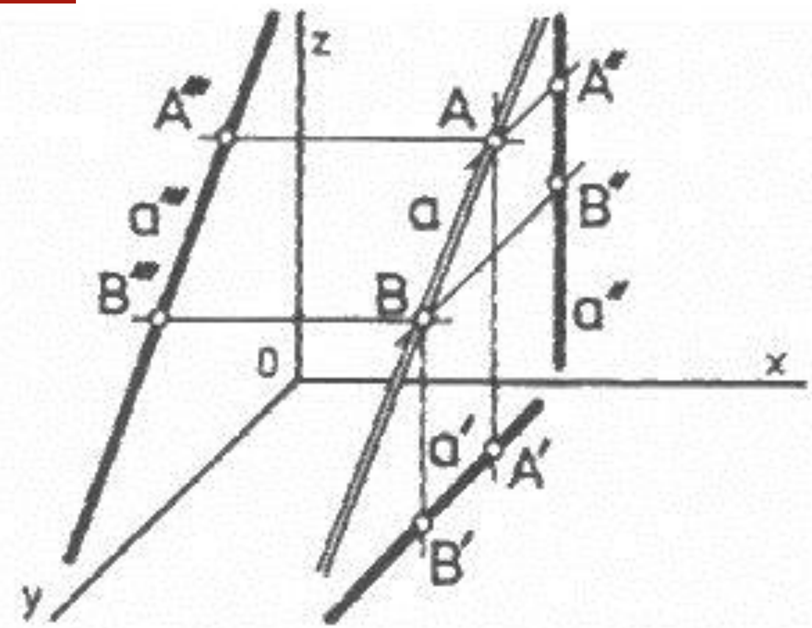
Przykład

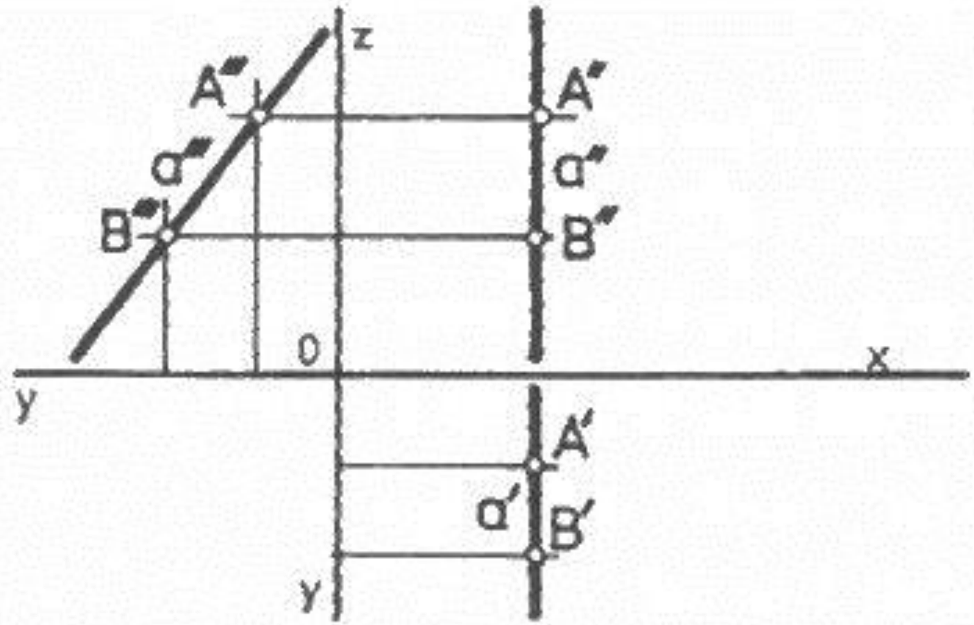
- H_a, V_a = ?




+z
a”
A’’’
A”=Va
B’’’
B”
+y
Ka
+x
-x
A’=Va’ =Ha”
45º
B’
Ha
a’

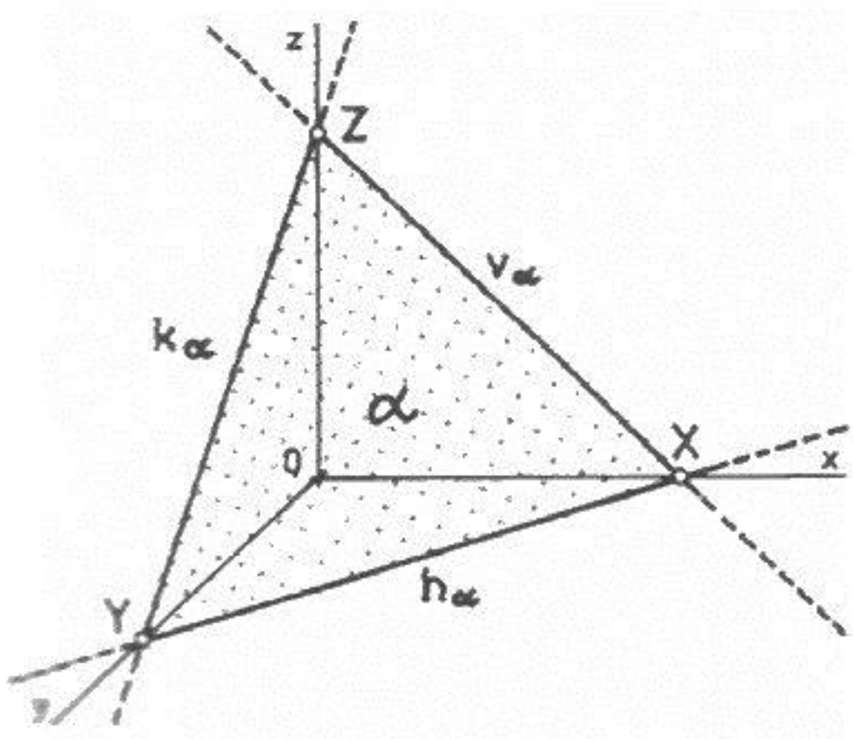
Przykład - Widok w aksonometrii





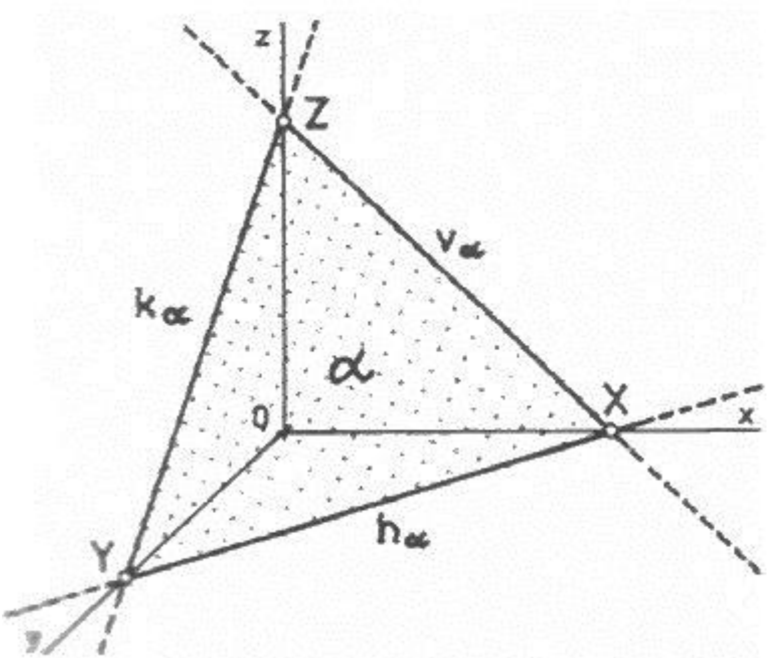
Ślady płaszczyzny

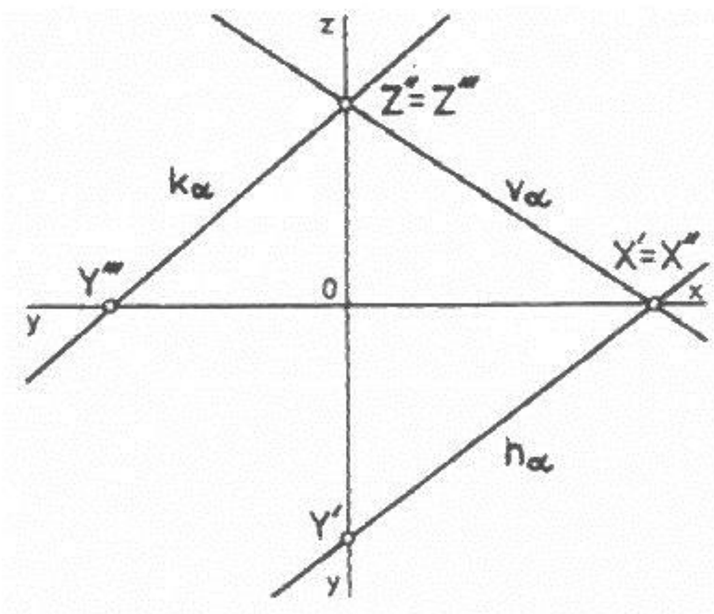
- Obierzmy trzy punkty X, Y, Z wyznaczające płaszczyznę dowolną na osiach x, y, z układu odniesienia. Pary punktów X i Y, X i Z, Y i Z należą jednocześnie do płaszczyzny **α** i kolejnych rzutni – wyznaczając tym samym ślady płaszczyzny **α** na rzutniach



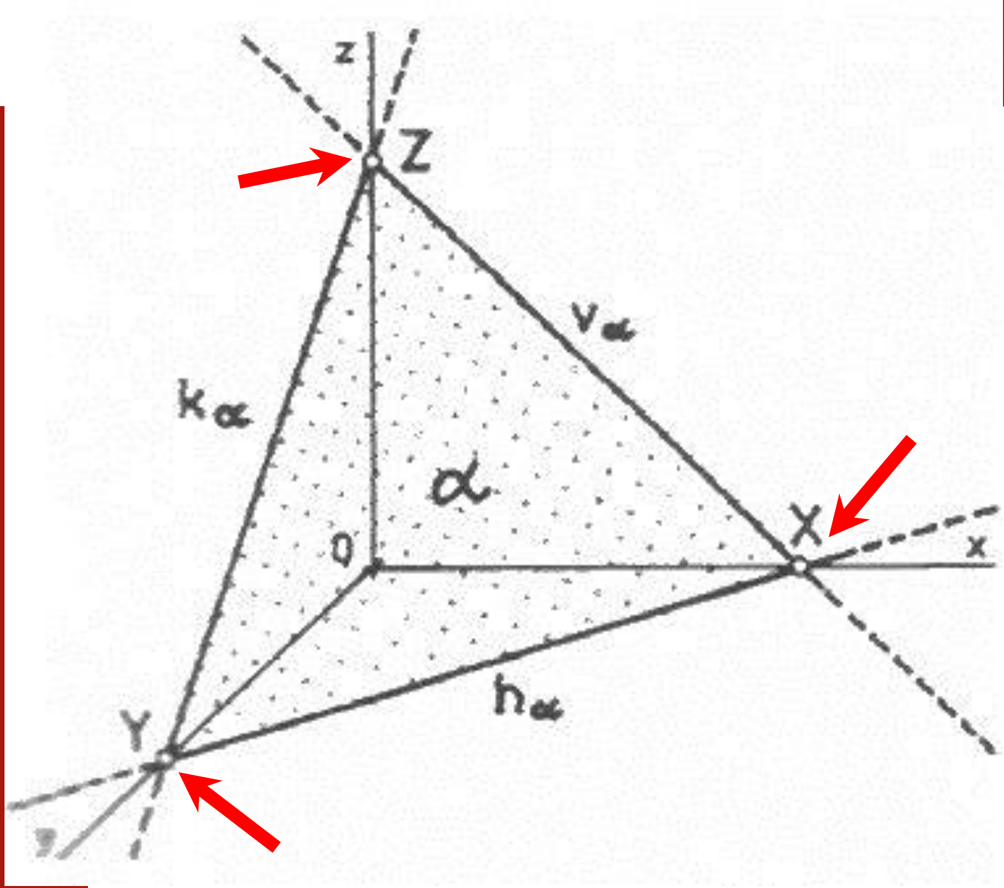
Ślady płaszczyzny

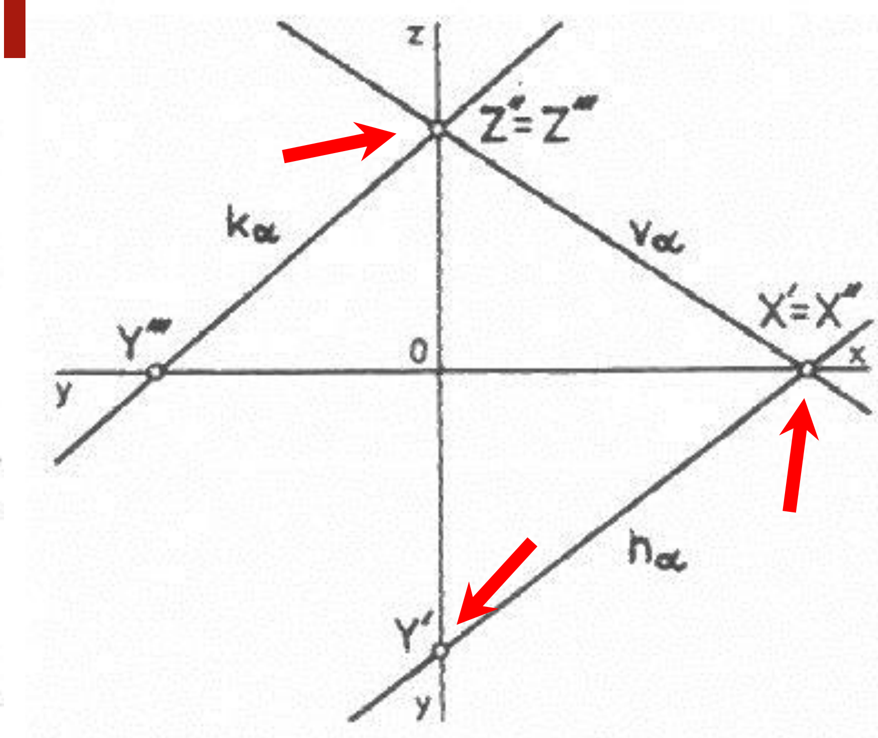
- ślad poziomy płaszczyzny – **prosta** – część wspólna płaszczyzny $\boldsymbol{\alpha}$ i $\boldsymbol{\pi_1}$ = h_α
- ślad pionowy płaszczyzny – **prosta** – część wspólna płaszczyzny $\boldsymbol{\alpha}$ i $\boldsymbol{\pi_2}$ = v_α
- ślad boczny płaszczyzny – **prosta** – część wspólna płaszczyzny $\boldsymbol{\alpha}$ i $\boldsymbol{\pi_3}$ = k_α





punkty węzłowe

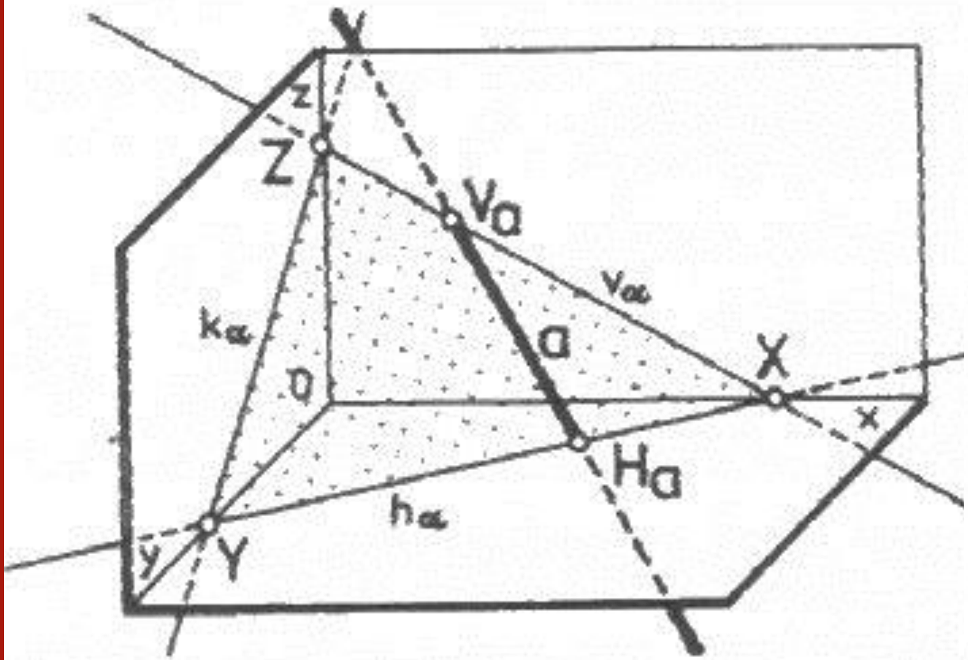




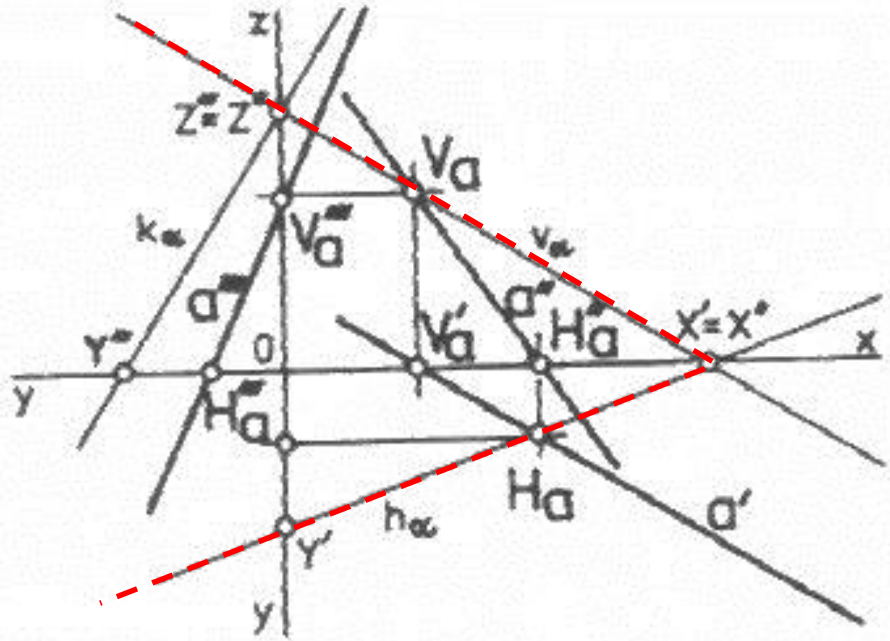
Wyznaczanie śladów płaszczyzny określonej punktami i prostymi

- „Jeżeli prosta **a** należy do płaszczyzny **α** określonej śladami, to ślady tej prostej (punkty) leżą na odpowiednich śladach płaszczyzny (proste)”

- Znając ślady prostych należących do płaszczyzny **α** możemy określić jednoznacznie ślady tej płaszczyzny



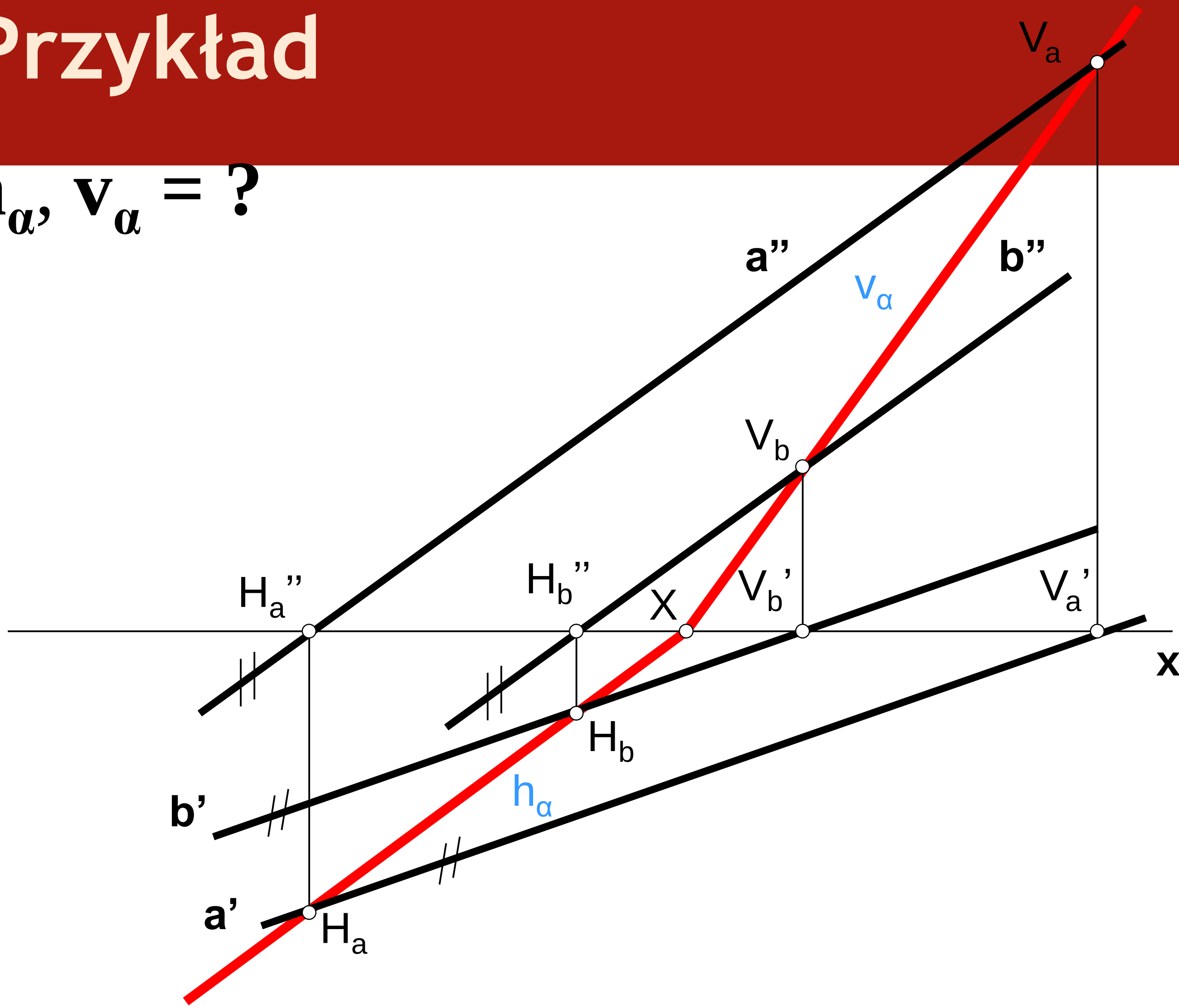
z
Z
Va
vα
kα
a
X
0
x
Ha
hα
y
Y



z
Z'''=Z''
Va
Va'''
kα
vα
a'''
a''
Va'
Ha''
X'=X''
x
Y'''
0
y
Ha'''
Ha
a'
hα
Y'
y

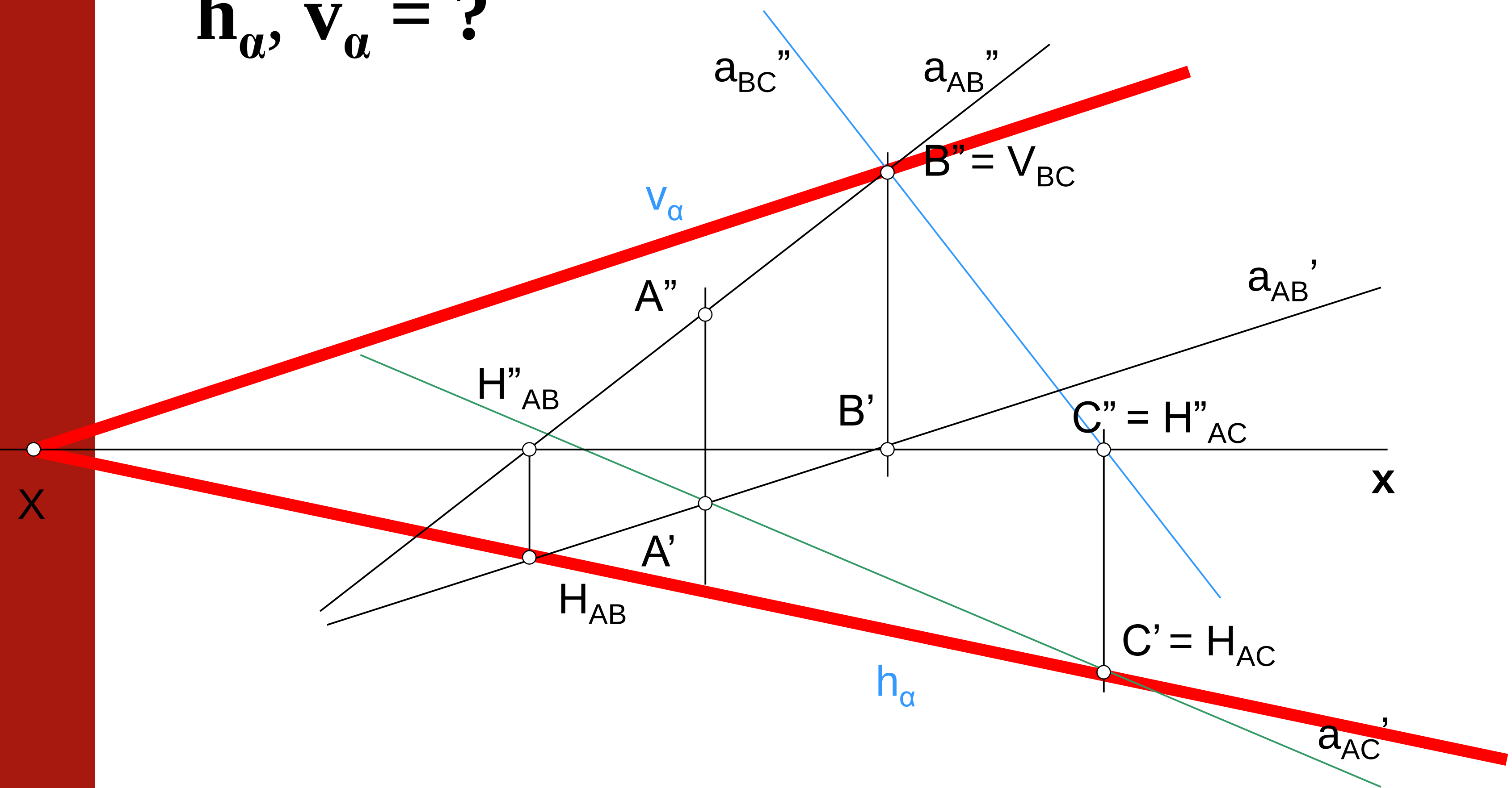
Przykład

$h_\alpha, v_\alpha = ?$



Przykład

$h_\alpha, v_\alpha = ?$

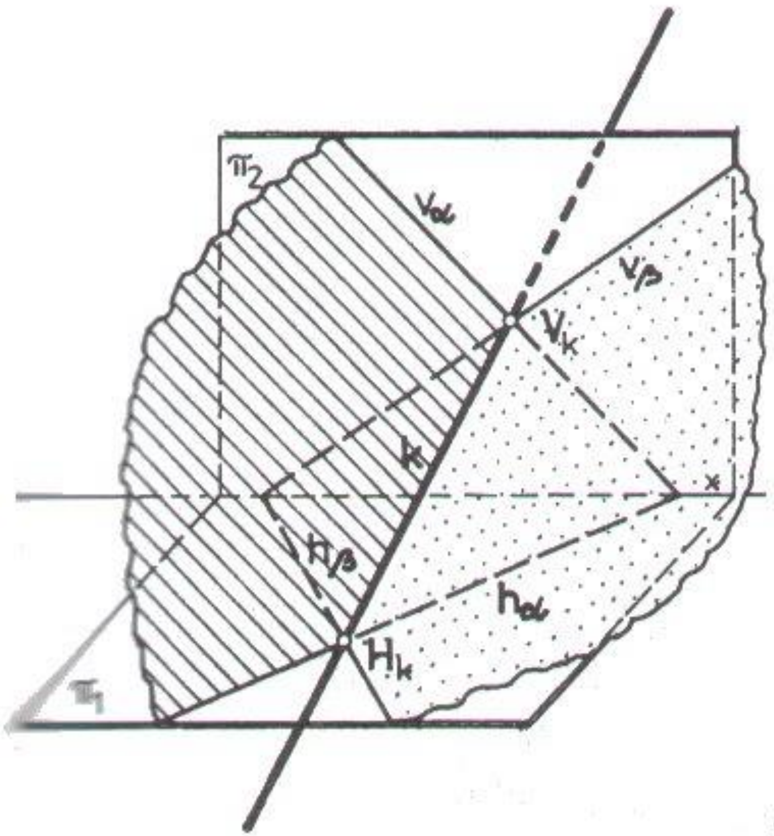


Elementy przynależne (incydencja)

- Krawędź wspólna (przecięcie) dwóch płaszczyzn ($\alpha \cap \beta = k$)
- Punkt przebicia płaszczyzny prostą ($a \cap \alpha = P$)

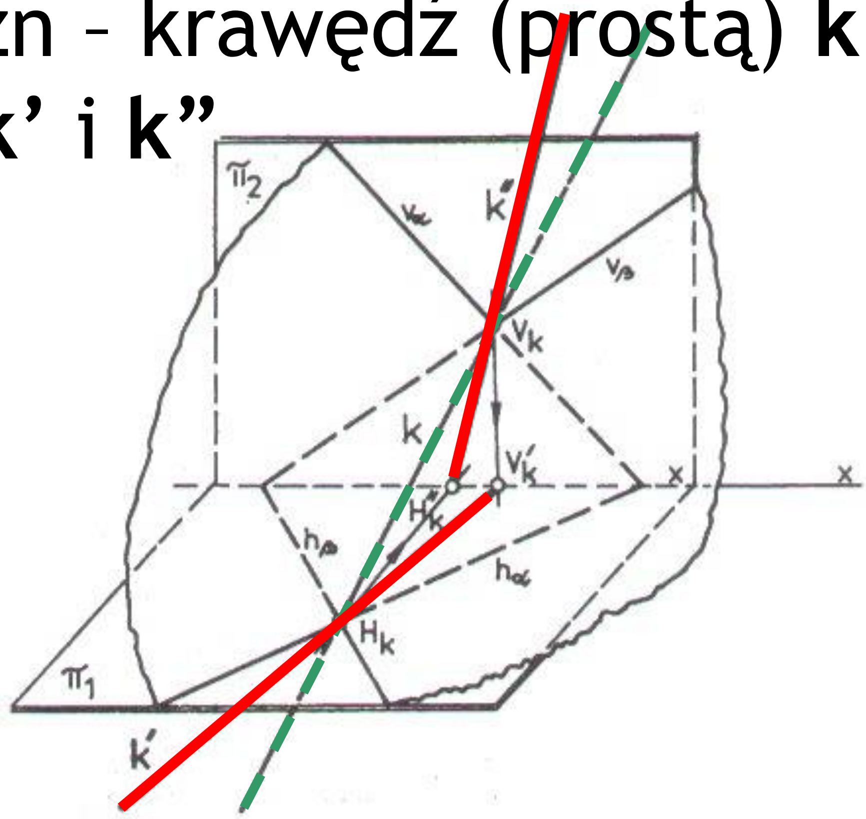
Krawędź wspólna dwóch płaszczyzn

- Ślady poziome $\mathbf{h_\alpha}$ i $\mathbf{h_\beta}$ płaszczyzn przecinają się w punkcie $\mathbf{H_k}$
- Ślady pionowe $\mathbf{v_\alpha}$ i $\mathbf{v_\beta}$ płaszczyzn przecinają się w punkcie $\mathbf{V_k}$



Krawędź wspólna dwóch płaszczyzn cd.

- Punkty H_k i V_k wyznaczają część wspólną płaszczyzn – krawędź (prostą) **k** daną rzutami **k’** i **k”**



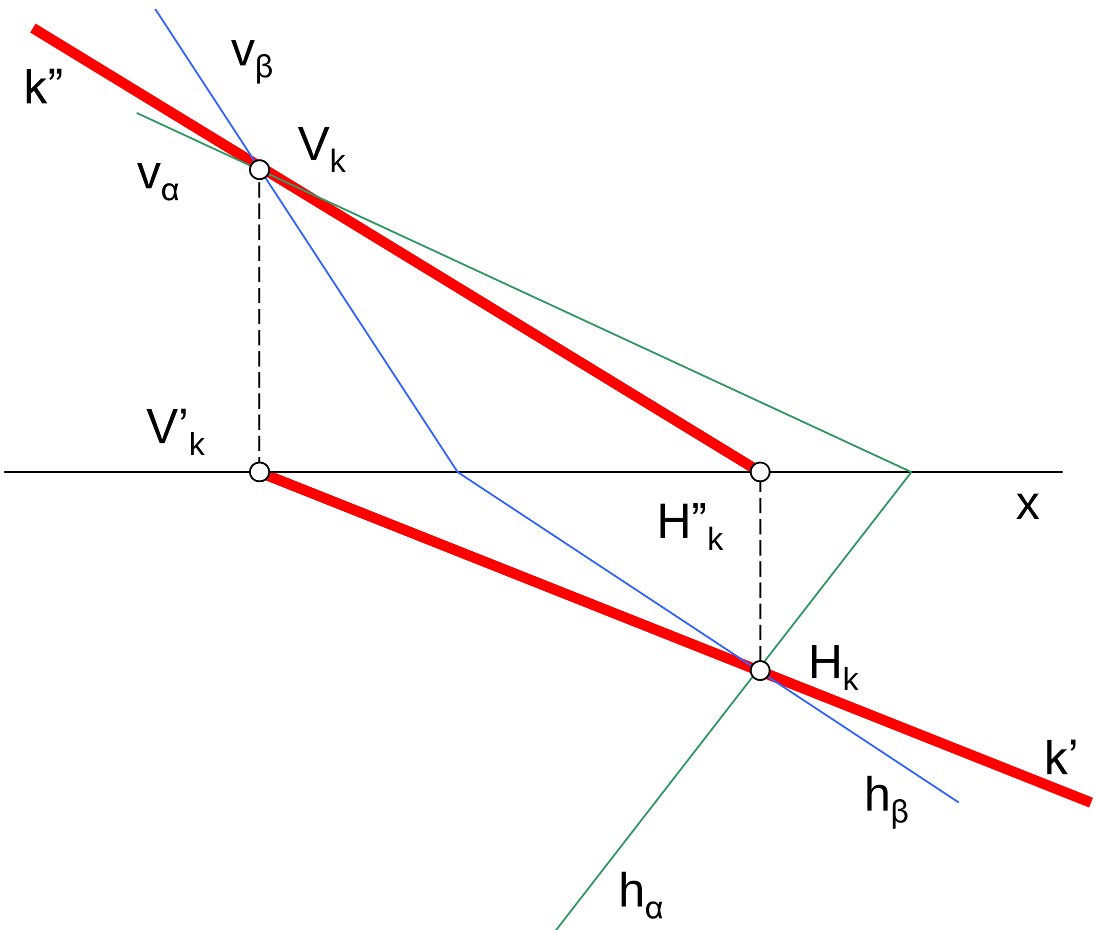
Krawędź wspólna dwóch płaszczyzn cd.

Aby określić krawędź **k** w rzutach, należy:

- określić rzut poziomy i pionowy punktu H_k (ślad poziomy krawędzi przecięcia)
- określić rzut poziomy i pionowy punktu V_k (ślad pionowy krawędzi przecięcia)

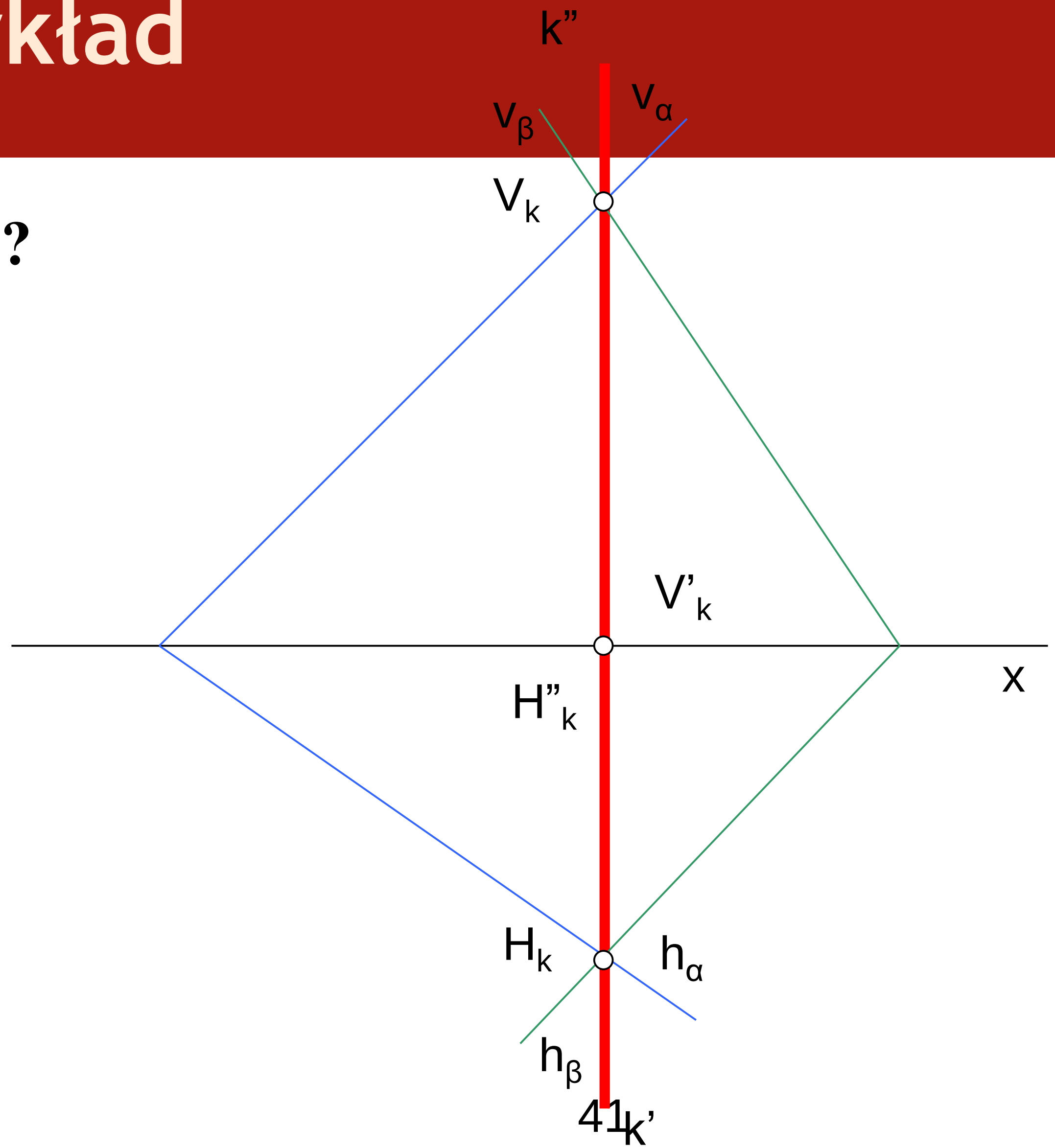
Przykład

k’, k”=?



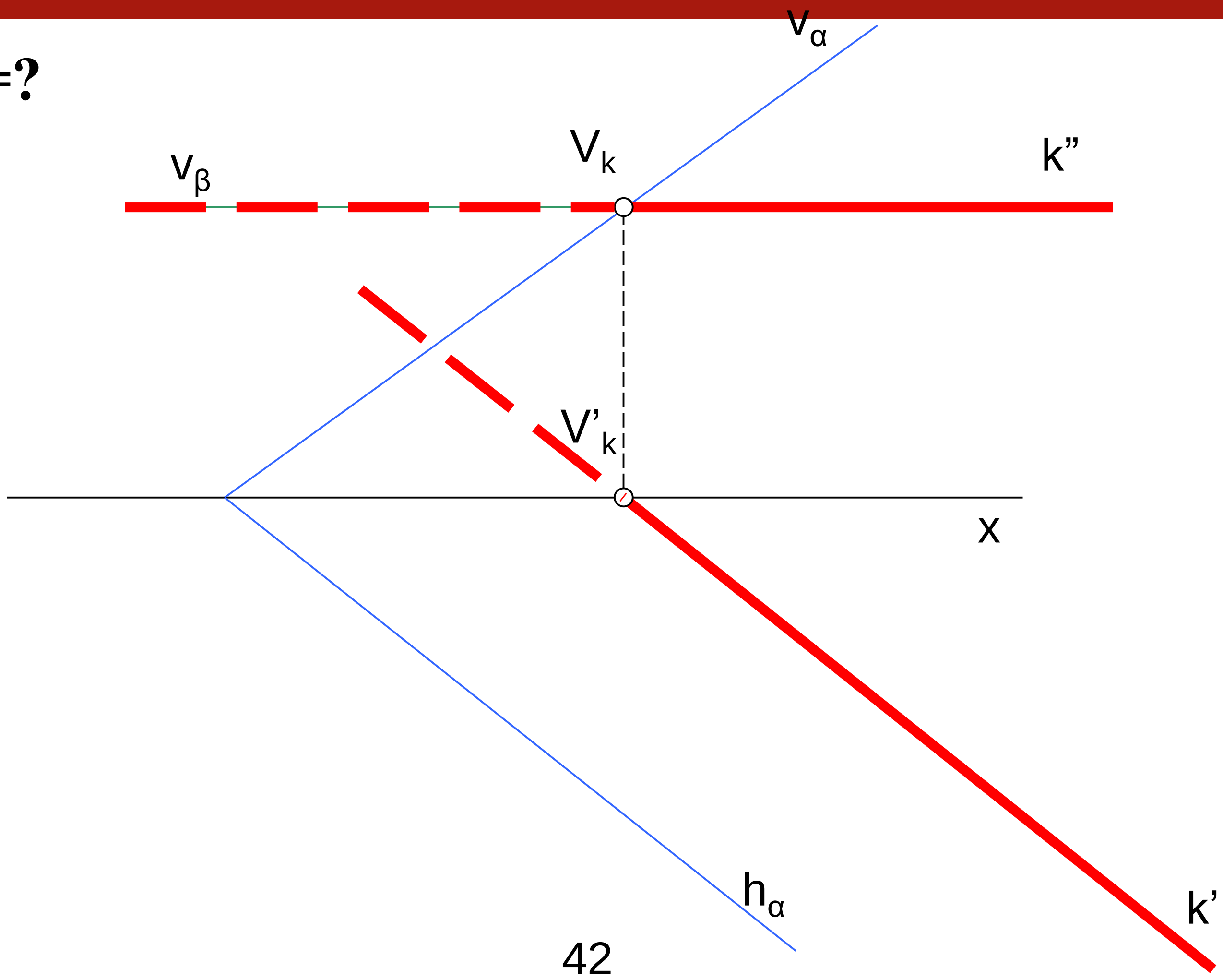
Przykład

k’, k”=?



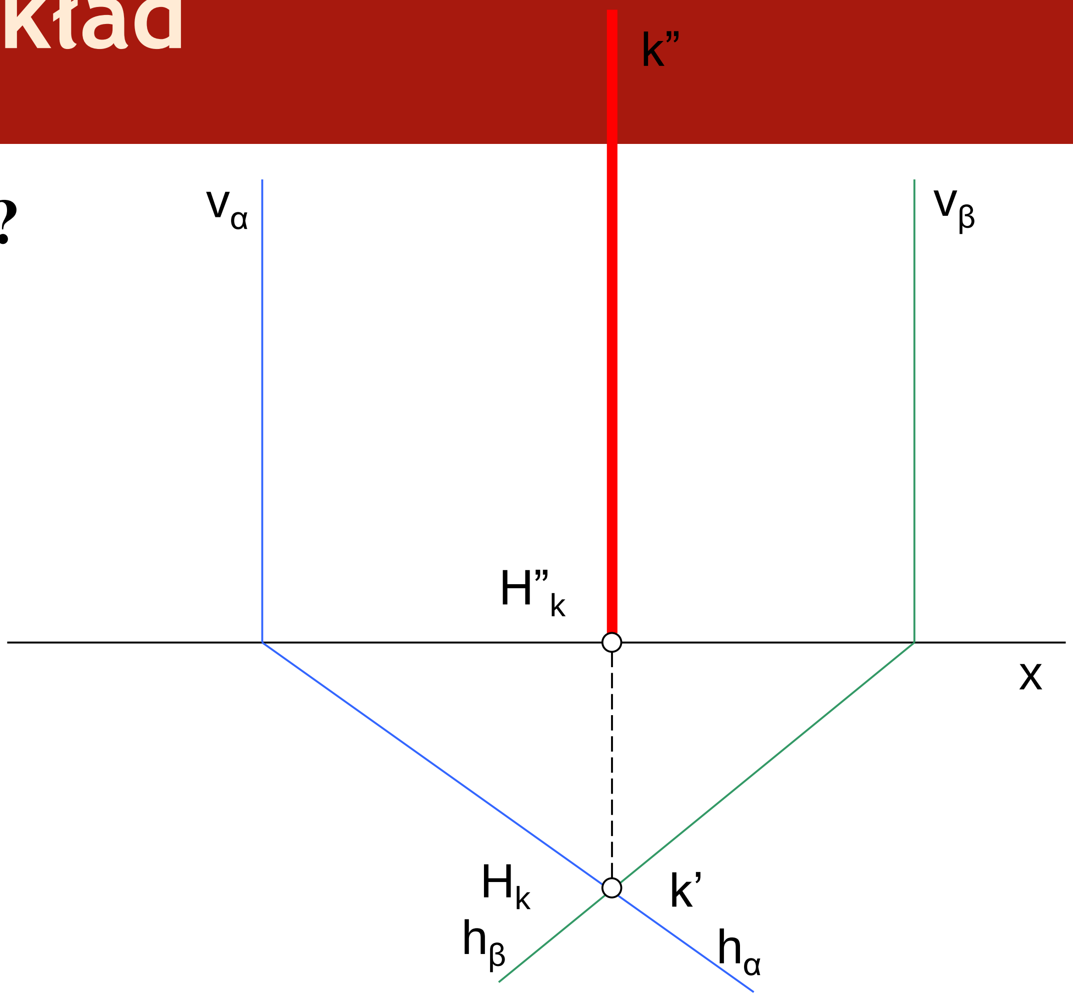
Przykład

k', k''=?



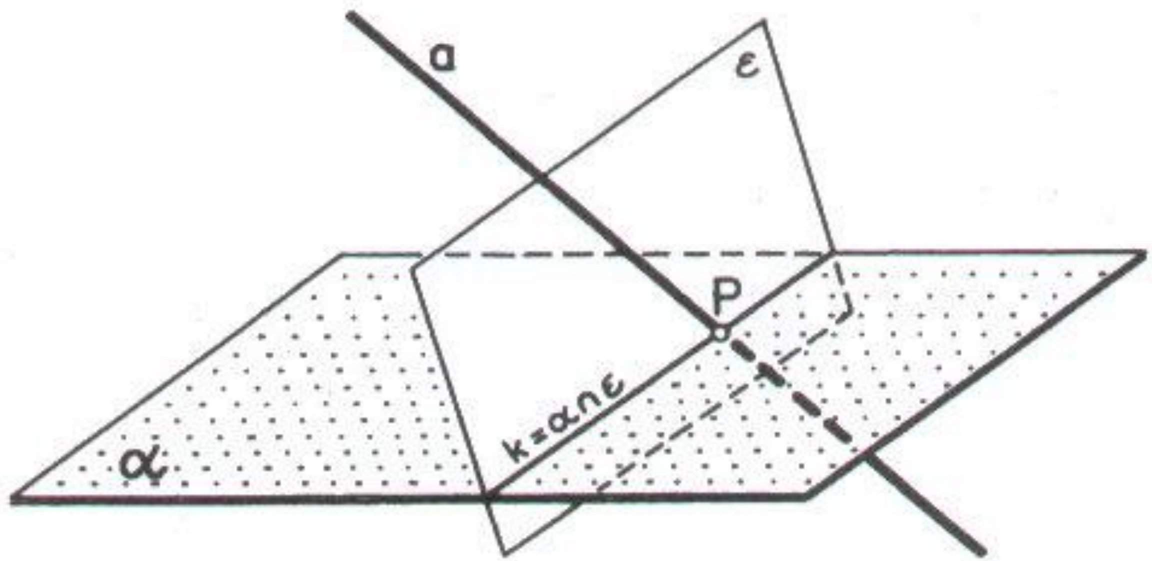
Przykład

k', k"=?



Punkt przebicia płaszczyzny prostą

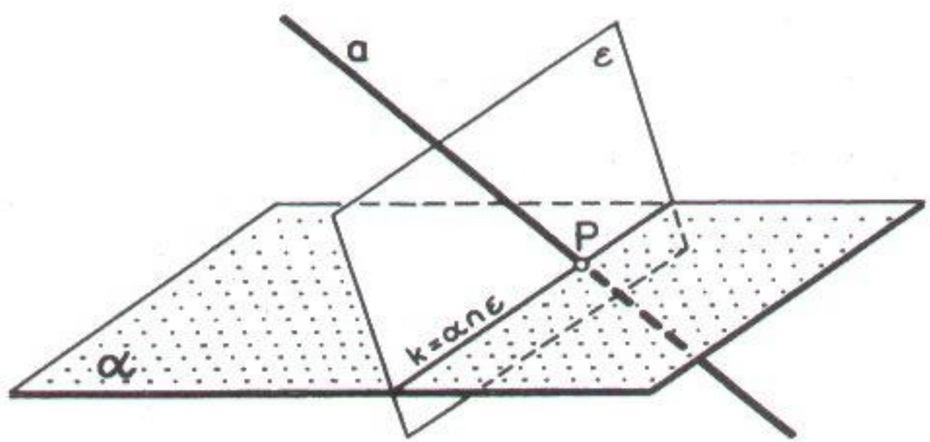
- Punkt przebicia ($a \cap \alpha = P$)



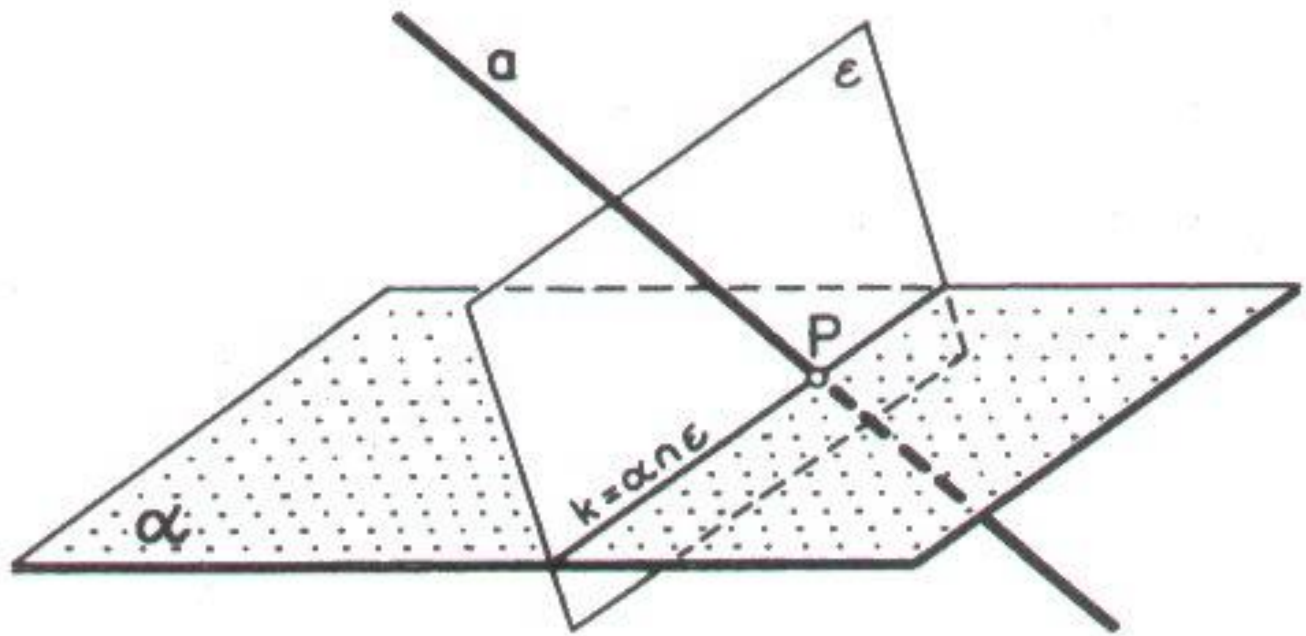
Punkt przebicia płaszczyzny prostą cd.

Procedura poszukiwania punktu przebicia płaszczyzny prostą:

- wyznaczamy płaszczyznę pomocniczą ε przechodzącą przez prostą **a**
- znajdujemy krawędź (**k**) wspólną płaszczyzny α i ε ($\alpha \cap \varepsilon = k$)

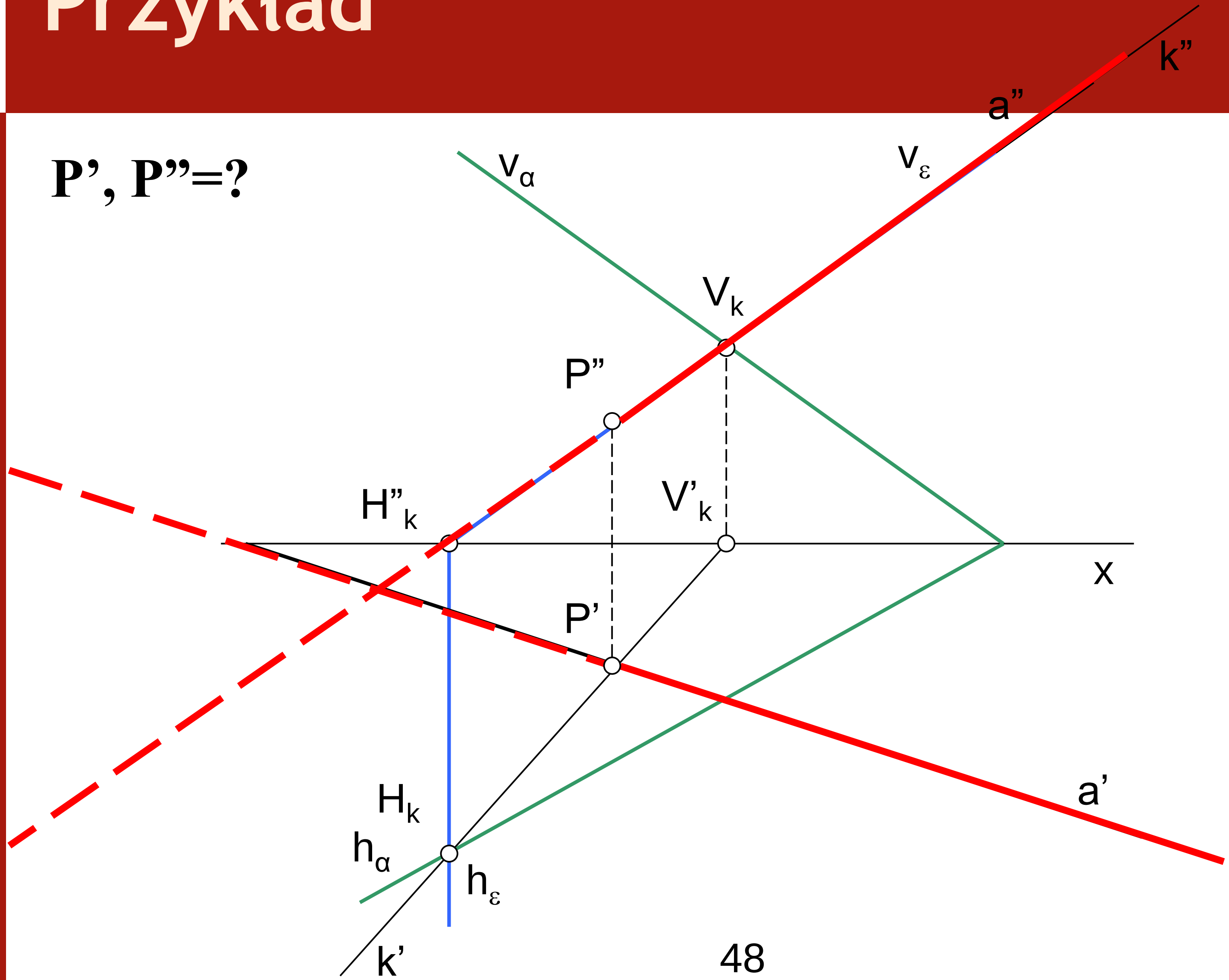


Ponieważ prosta **a** leży na pł. ε i prosta **k** leży na pł. α więc proste te przetną się w punkcie P, który jest punktem przebicia pł. α



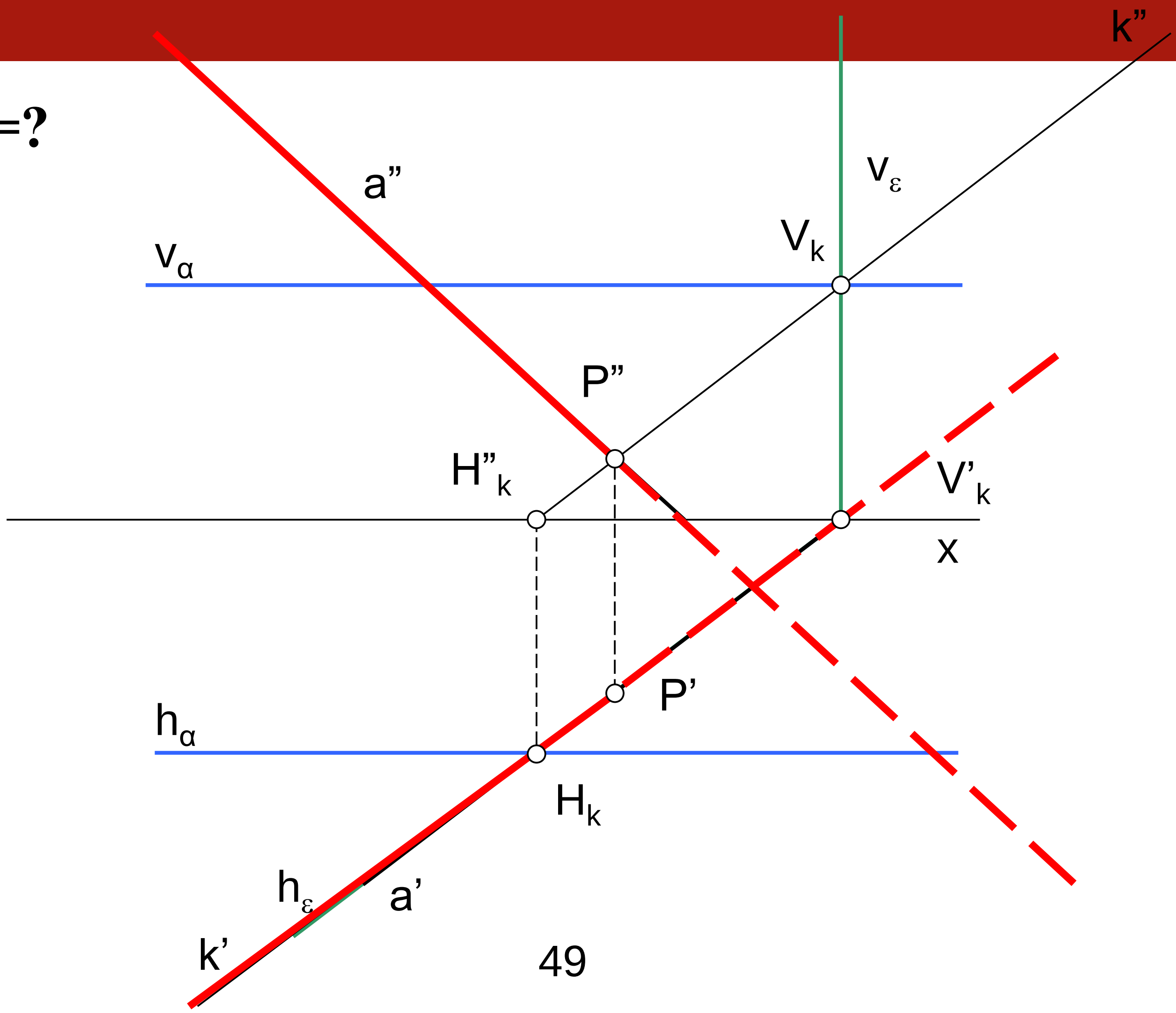
Przykład

P’, P”=?



Przykład

P', P''=?



Zadanie domowe

Zad. 2/1

- Znajdź ślady prostej *a*, *Ha*, *Va* = ?
- Znajdź ślady płaszczyzny α, h_α, v_α = ?

Zad. 2/2

- Znajdź krawędź między płaszczyznami *α* i *β*
- Znajdź punkt przebicia płaszczyzny *α* przez prostą *a*